ELEMENTALE GEOMETRICUM, EX EUCLIDIS GEOMETRIA, À IOANNE...

Euclides, Iohannes Voegelin

Digitized by Google

BIBLIOTECA NAZIONALE VITT. EMANUELE
12
32 G
16

Ex Bibliotheca
majori Coll. Rom.
Societ. Jesu

14-21.A.24

54.5.47

A
1458:

Ex Io: Antonij Berni librisi

ELEMENTALE GEOMETRICVM, EX EVCLIDIS GEometria, à IONNE Vœgelin, Haylpronnenſi, ad omnium Mathematices ſtudioſorum utilitatem decerptum .:.



PARISIIS
Apud Chriſtianum Wechelum ſub ſcuto Baſilienſi. Anno M.D.XXXIIII.

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

GERARDVS NOVIOMAGVS, LECTORI.

Quid punctum, quid linea, circulus, angulus, orbis
Deſignet, paucis hæc elementa docent.
Sydereos curſus hinc diſces, ut uenerere
Patrē, qui terras cōdidit, aſtra, polos.

EMINENTISSIMO VIRO, GEORGIO TANſtetter Collimitio, Artium & Medicinæ Doctori peritiſsimo, & Mathematices, in inclyto Viennenſi Gymnaſio profeſſori ordinario perſpicaciſs. Patrono ſuo obſeruantiſs. IO. Vœgelin Haylpronen. S.

CVM prælegendorũ Mathematum muneri me ſubſtituiſſes, cœpi illico cogitare, qua ratione tibi gratitudinẽ meam declararẽ: cumq́; diu id me ſollicitũ dediſſet, uidi tandem nulla re magis animum in te meũ perſpicuũ fore, quàm ſi diligentem ac ſtrennuam operam ibi locarem. Ea propter ſummũ eſt mihi ſtudiũ, non ſolùm accuratè, quæ iubes, legere, uerumetiã in his docendis, eo uti ordine, quo Matheſeos tyrones facillimè erudiantur, & ad alios huius generis libros idonei auditores reddantur. Cùm uerò poſt numerorũ ſcientiã, quã hac hyeme, tuo monitu, interpretatus ſum, neceſſariò tradenda putarim Elemẽta Geometrica (ſine his enim fruſtrà alias aggrediare diſciplinas.) Ideo propter omniũ ſtudioſorum cõmoda, ex Euclidis Geometria, eas dũtaxat excerpſi Propoſitiones, quæ in demõſtrationib. linearib. crebrius obuerſantur, quæq;

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

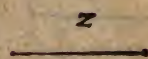
tur,quæq́; ſatis prope ſunt ad diſciplina-
rum culmen perducere. In quibus ordinan-
dis pariter ac demonſtrandis, prudens nõ
ſemel ab Euclide diſſentio. Ita enim rei
breuitas, & ,quam ſemper quæſiui facilita-
tem, poſtulabant. Hunc ergo libellũ, ob-
ſeruandiſſime Patrone, tuo ſolerti examini
ſubmitto: non ambigens quin pro tua in me
beneuolentia, errata reprehendas, & com-
modè dicta alacriter ſuſcipias, meq́;, ut ſo-
les, perpetuo proſequaris amore.

Vale, Viennæ ex ciuium Col-
legio, pridie Calendas Mar
tias. Anno M. D.
XXVIII.

ELEMENTALIS GEOMETRICI
CAPVT I.
DEFINITIONES.

1 Punctus, eſt cuius pars nulla eſt.

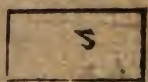
2 Linea, eſt longitudo ſine latitudine. Cuius quidem extremitates ſunt duo puncta.



3 Linea recta, eſt ab uno puncto ad alium breuiſſima extenſio, in extremitates ſuas utrunq; eorum recipiens.

4 Superficies, eſt quæ longitudinem & latitudinem tantum habet. Cuius quidem termini ſunt lineæ.

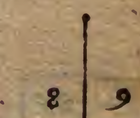
5 Superficies plana, eſt ab una linea ad aliam breuiſſima extenſio, illas recipiens in ſuas extremitates.



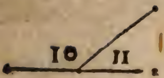
6 Angulus planus, eſt duarum linearum alternus contactus, quarum expanſio eſt ſuper ſuperficiem planam, applicatioq; non directa.

7 Angulus rectilineus, eſt quem continẽt duæ lineæ rectæ.

8 Angulus rectus, eſt uterlibet eorum, qui fiunt, dum recta linea ſuper rectam ſteterit, duosq; angulos ex utraq; parte fecerit æquales.



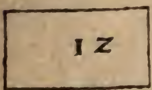
9 Linea perpendicularis,eſt recta linea, rectæ inſiſtens, duosq; circum ſe angulos rectos faciens.



10 Angulus obtuſus,eſt qui recto maior ē.

11 Angulus acutus,eſt qui recto minor eſt.

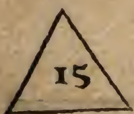
12 Terminus,eſt quod uniuſcuiuſq; finis ē.



13 Figura, eſt quæ termino, uel terminis, clauditur.

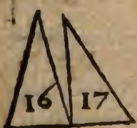
14 Rectilineæ figuræ,ſunt quæ rectis lineis continentur.

Rectilinearũ figurarum, alia eſt trilatera, alia quadrilatera,alia multilatera.



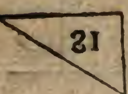
Triangulorum , alius iſopleuros, id eſt, æquilaterus,alius iſoſceles,id eſt,æquicrurus,alius ſcalenus.

15 Aequilaterus,eſt qui tribus æquis finitur lateribus.



16 Iſoſceles , qui duo tantum habet latera æqualia.

17 Scalenus,qui tribus inæqualibus continetur lateribus.



Amplius triangulorum,alius eſt Orthogonius,id eſt,rectangulus:alius Oxygonius, id eſt, acutiangulus : alius Amblygonius, id eſt, obtuſiangulus.

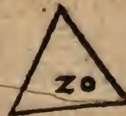
18 Orthogonius , eſt qui unum habet rectum angulum.



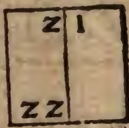
19 Amblygonius , qui unnm habet obtu-

ſum an-

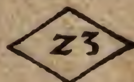
ſum angulum.
20 Oxygonius, qui cunctos tres habet acutos angulos.



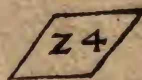
21 Quadrilaterarũ figurarũ, Quadratum eſt, quod æquilaterum atq; rectangulũ eſt.
22 Tetragonus longus, rectangulus quidẽ eſt, ſed æquilaterus non eſt.



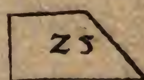
23 Rhombus eſt, qui æquilaterus quidem, ſed rectangulus non eſt.



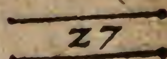
24 Rhomboides, qui neq; latera, neq; angulos æquales habet, latera tamen oppoſita, & angulos oppoſitos æquales habet.



25 Trapezia, hoc eſt, menſulæ, omnes ſunt, præter has, figuræ quadrilateræ.

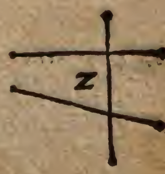


26 Multilateræ figuræ pluribus quàm quatuor clauduntur lineis.
27 Aequidiſtantes lineæ ſunt, quæ in eadem ſuperficie collocatæ, atq; in alterutrã partem protractæ, non concurrunt, etiam ſi in infinitum protrahantur.

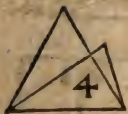


PETITIONES.

1 Omnes rectos angulos ſibijnuicem eſſe æquales.
2 Si linea recta ſuper duas rectas cecide rit lineas, duosq́; angulos ex una parte illius lineæ duobus rectis angulis minores fecerit, has duas lineas in eandem partem protractas, coniunctum iri. Et econtrario.



3 Duas rectas lineas ſuperficiem nullam claudere.



4 Si in alqiuo triangulo, alterum duorum laterum ſuper baſim ſtantium demittatur, alterum neceſſariò uel breuius, uel longius fieri. Quam nos hic quartam ponimus petitionem, Euclides ſeptimam primi libri propoſitionem annotauit. Verùm quia demonſtratio eius difficilior uideri poſſet, incipienti primùm diſcere elementa, & demonſtrationibus linearibus nondum aſſueto, quodq́; ipſa petitioni proxima eſt, eiusq́; uſus admodū rarus, id propterea inter poſtulata eam annumerauimus.

COMMVNES SENTENTIAE.

1 Quæcunq; uni & eidem ſunt æqualia, inter ſe ſunt æqualia.

2 Si æqualibus æqualia addantur, aggregata fient æqualia.

3 Si ab æqualibus æqualia auferantur, reſidua erunt æqualia.

4 Si ab inæqualibus æqualia auferantur, reſidua erunt inæqualia.

5 Si inæqualibus æqualia addantur, aggregata erunt inæqualia.

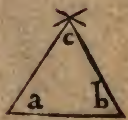
6 Si duæ res fuerint uni duplices, ipſæ ſibi inuicem erunt æquales.

Si ſtue-

7 *Si fuerint duæ res, quarum utraq; unius & eiuſdem eſt dimidium, erunt ſibijnuicem æquales.*
8 *Si qua res alteri ſuperponatur applicetur q; ei, nec excedat altera alteram, hæ erunt ſibijnuicem æquales.* Et *econtrario.*
9 Omne *totum maius eſt ſua parte.*
10 Totum *æquale eſt ſuis omnibis partibus ſimul ſumptis.*

PROPOSITIO PRIMA.

Supra datam rectam lineam triangulum æquilaterum collocare.

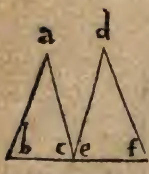


Sit data linea a b, ſic ſuper eam conſtituemus triangulum æquilaterũ. Poſito *pede circini immobili in a, alter extendatur ſecundum ſpacium lineæ a b, & circunductus ſcribat arcum occultum.* Deinde *circino non uariato, pedem eius immobilem ponamus in b, & alter circunductus priorem arcum ſecet in puncto c.* Punctus *ille ſectionis c iungatur lineis rectis cum a & b punctis, & factus erit triangulus æquilaterus.* Nam *omnes hæ lineæ ſunt uni æquales, ei ſcilicet, quæ eſt inter extremitates pedum circini: quare per primam communem ſententiam,*

tentiam, inter ſe ſunt æquales. Aequicrurũ haud aliter datæ lineæ ſuperpones, niſi quòd circinus amplius quàm eſt datæ lineæ ſpacium, uel minus extendendus eſt. Scalenus tunc fi t, ſi circinus primò amplius, deinde minus extẽdetur q̃ ẽ data linea.

SECVNDA PROPOSITIO.

Quorumcunq; duorum triangulorum duo latera unius, duobus lateribus alterius fuerint æqualia, & anguli his æquis lateribus contenti æquales, erit baſis baſi, & reliqui anguli æquis lateribus cõtenti, alter alteri, & totus triangulus toti triangulo æqualis.

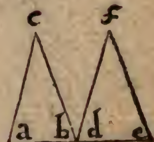


Sint duo trianguli a b c, d e f, ſitq; latus a b æquale lateri d e. Et latus a c, æquale lateri d f, & angulus a æqualis angulo d. Dico baſim b c æqualem eſſe baſi e f, & angulũ b, angulo e, et angulum c, angulo f. & totam trianguli a b c ſuperficiem, ſuperficiei trianguli d e f æqualem. Nam finge lineam d e ſuperponi & accommodari a b lineæ, neutra igitur alteram excedet per conuerſionẽ octauæ conceptionis: poſitæ enim ſunt æquales, et punctus d, cadet ſuper a punctũ, & ſimiliter e punctus ſuper b. Quia uerò angulus a poſitus eſt æqualis angulo d, neceſſariò cadet linea d f, ſuper lineã a c, & propter præſtructam

æqualita-

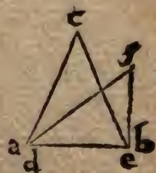
æqualitatem earū, incidet f punctus, pun-
cto c, & erit cū eo unus punctus: quapro-
pter baſis e f, cadet ſuper baſin b c, ita ut
fiat cum ea, linea una, alioqui duæ rectæ li
neæ clauderēt ſuperficiē, quod eſt contra
petitionē tertiam: & quia neutra alteram
excedit, (terminātur enim ijſdem punctis)
ſunt igitur æquales. Rurſus angulus e ſu-
perpoſitus eſt angulo b, & eum nō exce-
dit, neq; ab eo exceditur, eſt ergo ei æqua
lis. Haud aliter angulus f, æqualis proba-
tur angulo c. Præterea totus triangulus d
e f, toti triangulo a b c, ſuperpoſitus eſt,
ipſum neq; excedens, neq; ab eo ſuperatus,
quapropter cōcluditur ei æqualis, propter
octauam communem ſententiam.

TERTIA PROPOSITIO.



Si tria latera unius trianguli fuerint æqualia, tribus lateribus alterius trianguli, qui continentur æquis lateribus, anguli æquales erunt.

Sint duo triāguli a b c, d e f, ſitq; latus a c æquale lateri d f, & b c, æquale e f, & a b æquale d e. Dico angulū c eſſe æqualem angulo f, & angulum a, angulo d, & angulum b, angulo e, hi enim lateribus relatiuis & æqualibus continentur. Nam ſuperponatur baſis d e, baſi a b, neutra itaque, quoniam poſitæ ſunt æquales,



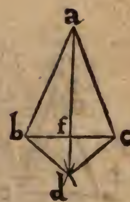
alteram longitudine uincet. Punctus igitur f non cadet aliò quàm ſuper punctum c. Nam ſi aliò caderet, tunc alterutra linearum aut d f, aut e f, demitteretur: quare per ultimam petitionem altera breuior fieret. Verbi gratia, ſi linea d f demitteretur, ita quidem ut maneret æqualis lineæ a c, tunc e f linea decreſceret neceſſariò, & minor fieret quàm b c linea, quod eſt contra hypotheſim, ſunt enim poſitæ æquales. Igitur non poteſt punctus f alibi quàm in c cadere, poſtq̃ d e ſuperpoſita fuerit a b lineæ. Neceſſariò etiam cadet d f linea, ſuper a c lineam, & f c, ſuper c b, aliter enim duæ rectæ lineæ clauderent ſuperficiem. Ea propter erunt omnes anguli relatiui, hoc eſt, æquis lateribus contenti inter ſe æquales, per octauam conceptionem. Nam ſibijnuicem ſuperpoſiti prorſus congruunt ac quadrant.

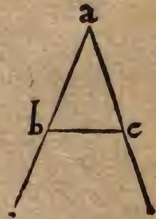
QVARTA PROPOSITIO.

Trianguli æquicruri, qui ſupra baſim ſunt anguli, ſibijnuicem æquales ſunt. Quòd ſi latera æqualia protrahantur, anguli quoq; ſub baſi erunt æquales.

Sit trian-

Sit triangulus a b c, cuius latus a b ſit æquale lateri a c. Dico angulum a b c eſſe æqualem angulo a c b. Nam ſupra baſim b c in alteram partem conſtruatur trian= gulus, ſiue æquilaterus, ſiue æquicrurus, idq; per primam propoſitionem huius capi= tis, qui ſit b d c, et puncta a d iungantur li nea recta, quæ ſecet baſim in puncto f. In= telligo itaq; duos triangulos a b d & a c d, quorum latera unius ſunt æqualia, lateri bus alterius. Eſt enim a b æquale a c per hypotheſim, b d uero æquale ipſi c d, per primã huius, & a d eſt utriq; triãgulo com mune: ergo per præcedentem angulus b a d eſt æqualis angulo c a d, quod memori ſerua mente. Rurſus alios duos triangulos intelligo ſcilicet a b f, & a c f, quorum duo latera unius, ſunt æqualia duobus late ribus alterius. Nam b a eſt æquale a c per hypotheſim, & a f utriq; commune, anguli prætere a contenti his æquis lateribus ſunt æquales, ut modò oſtendimus: ergo per ſe= cundam huius angulus a b f, æquatur angu= lo a c f, quod erat demonſtrandum. Secun= da pars patebit, demonſtrata decima pro= poſitione.

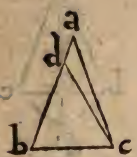




QVIN-

QVINTA PROPOSITIO.

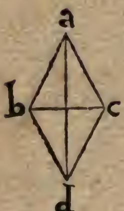
Si cuius trianguli, anguli ſupra baſim fuerint æquales, latera ſeu crura illius trianguli erũt æqualia.



Sit triãgulus a b c, cuius anguli ſupra baſim b et c ſint æquales, dico latera eius a b & a c eſſe æqualia: quia ſi nõ ſunt æqualia, erit alterũ eorũ lõgius, et ſit illud a b. Reſecetur ergo ad æqualitatẽ in pũcto d, ut d b ſit æqualis a c, et trahatur linea d c. Intelligo itaq; duos triãgulos a b c totalem, et d b c partialem: & quia duo latera unius ponũtur æqualia duob. laterib. alterius, latus. ſ. d b, æquale lateri a c, ipſo b c exiſtente cõmuni, anguli etiã his æquis laterib. cõtenti, ſunt poſiti æquales: per ſecundã itaq; huius, trianguli ipſi erũt inter ſe æquales, ut a b c triãgulus totus, triangulo d b c partiali, quod eſt impoßibile.

SEXTA PROPOSITIO.

Datum angulum per æqualia diuidere.

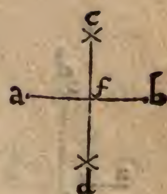


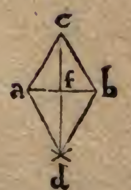
Sit datus angu. in duo æqualia ſecandus a. Lineæ ipſum cõtinẽtes ſi fuerint inæquales, reſecẽtur ad æqualitatẽ, ſint a b, et a c. Et trahatur linea b c: ſuper quã conſtituatur triãgulus ſiue æqlaterus, ſiue æqcrurus b d c, et cõtinuẽtur puncta a d linea recta, q̃ angulũ datũ diuidet. Intelligo enim duos triangulos, b a d, et c a d, quorũ latera unius, ſunt æqualia laterib. alterius. Nã

a b, æquale eſt a c per hypothe. et b d æquale c d, per primã huius, et a d utriq; triãgulo cõmune. Per tertiã itaq;, angulus b a d, æquatur angulo c a d: cõtinẽtur enim lateribus æqualibus. Quare patet propoſitum.

SEPTIMA PROPOSITIO.

Datam lineã rectã per æqualia ſecare. Sit linea diuidẽda a b. Pone pedẽ immobilẽ circini, ut libet diducti, primo im a, et altero pede circũducto, fac duos arcus occultos, alterũ ſupra lineã, alterũ infra. Deinde circino nõ uariato, pes immobilis ponatur in b, et alter circũductus interſecet arcus modo ſignatos, ſuperiorẽ quidẽ in puncto c, inferiorẽ uerò in d. Has ſectiões iunge linea recta c d, quæ ſecet lineã a b in pũcto f. Dico itaq; lineã a b datã, in pũcto f diuiſam per æqualia. Propter demõſtrationis euidẽtiã, fac triãgulos manifeſtos, cõtinuans utrãq; ſectionẽ cum extremitatibus datæ lineæ. Intelligo enim duos triãgulos c a d, & c b d, quorum latera unius ſunt æqualia laterib. alterius: quare per tertiã angulus c unius eſt æqualis angulo c alterius. Rurſus intelligo alios duos triãgulos c a f, et c b f, quorũ duo unius latera ſunt æqualia duob. laterib. alterius. Nam a c eſt æquale c b, eadẽ enim circini extenſione facta ſunt. Et c f utriq; triangulo cõmune,

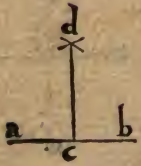




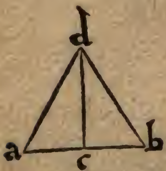
anguli quoq; his æquis lateribus contenti ſunt æquales, ut modò oſtenſum eſt: ergo per ſecundam, baſis a f, eſt æqualis baſi f b, quod erat demonſtrandum.

OCTAVA PROPOSITIO.

A puncto in linea ſignato perpendicularẽ educere.

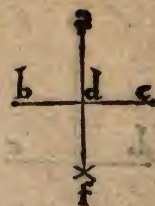


Sit data linea a b, à cuius puncto c, ſit educenda perpendicularis. Signa itaq; in linea data, officio circini, duo puncta æquali interuallo à puncto c diſsita, ſintq́; a & b. Poſtea pone pedem immobilem circini, utcunq; extenſi in a, & altero circungyrato, occultum fac arcum. Deinde circino non uariato, & pede eius immobili poſito in b, prior arcus ſecetur in puncto d, à quo ad c deijciatur linea recta. Hanc dico eſſe ad a b perpendicularem. Propter demonſtrationem, fac triangulum manifeſtum, cõiuncto d puncto, cum a & b punctis. Intellige ergo, duos triangulos a d c, & b d c, qui ſunt omnium inter ſe laterum æqualium: eſt enim a d, æqualis b d, ut quæ eadem circini diſtenſione deliniatæ ſunt, latus quoq; a c, ex hypotheſi eſt æquale c b lineæ, & d c utriq; eſt communis: quapropter per tertiam huius, angulus c unius, eſt æqualis angulo c alterius: uterq; igitur per



diffini-

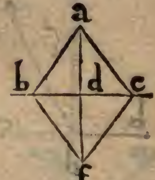
diffinitionem anguli recti, eſt rectus. Linea itaq; d c, perpendicularis eſt ad lineam a b, per diffinitionem lineæ perpendicularis. Animaduertendum eſt, operæprecium eſſe, ſpacio plani in quo trahenda eſt perpendicularis permittente, ſi duæ fierent decuſſationes, ſeu interſectiones, altera ſupra lineam, altera infra, modo quo uſi ſumus in propoſitione ſeptima. Sic enim exactius trahetur perpendicularis.



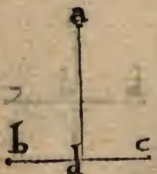
NONA PROPOSITIO.

A puncto extra lineam datam ſignato, ad eam demittere perpendicularem.

Sit punctus a, & linea ad quam deducenda eſt à puncto a, perpendicularis ſit b c. Ponatur ergo circini pes immobilis in puncto a, & altero pede notentur duo puncta in linea data, quæ ſint b c. Deinde circino non uariato pedem immobilem primo in b pone, & altero ſcribe arcum occultum. Deinde eodem immobili pede in c poſito, priorem arcum interſeca in puncto f. Hunc cum puncto a continua linea recta a f, quæ ſecet datam lineam b c, in puncto d, Ea perpendicularis eſt ſuper lineam datam. Propter demonſtrationẽ, trahe à punctis a & f, ad puncta b c, lineas rectas. Ex proceſſu itaq; propoſitionis ſeptimæ

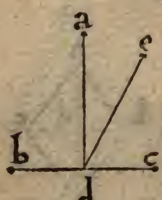


ptimæ, patet lineam b c diuiſam eſſe in pũcto d per æqualia. Intellige ergo duos triangulos, a b d, & a d c, qui ſunt omniũ laterum æqualium, ut patet. Quare per tertiam angulus d unius, eſt æqualis angulo d alterius, ergo uterq; rectus, per diffinitionẽ anguli recti: linea itaq; a d, perpendicularis eſt, ad lineam b c, per diffinitionẽ lineæ perpendicularis.

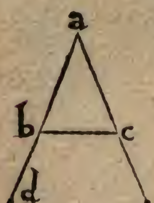


DECIMA PROPOSITIO.

Linea recta, ſuper rectam ſtans, facit cum ea duos angulos, aut rectos, aut duobus rectis æquales.



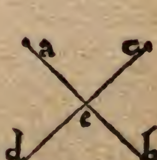
Sit linea a d, ſtans ſuper lineã rectã b c, dico angulos, quos cum ea facit, aut eſſe rectos, aut duobus rectis æquales. Nam ſi linea ſuperſtans, eſt ad eam, cui ſuperſtat perpendicularis, ut in priori figura, patet propoſitũ per diffinitionẽ lineæ perpẽdicularis. Si uerò nõ fuerit perpẽdicularis, ut in ſecũda figura, emittatur per octauã, ex pũcto d, perpẽdicularis quæ ſit d e. Clarũ igitur eſt angulos rectos, qui fiũt à linea perpendiculari. ſ. e d b, & e d c, tantum occupare ſpacij, quantũ tenẽt duo anguli, quos facit linea nõ perpẽdicularis d a, hoc eſt, anguli a d b, & a d c: quare hi duo illis duobus ſunt æquales per octauã cõmunẽ ſententiam.



tentiã. Ex hac propoſitiõe liquet ueritas ſecundæ partis 4. propoſitiõis: Si trianguli æquicruri, æqualia latera protrahãtur, angulos ſub baſi eſſe æquales. Sit.n. triãgulus æquicrurus a b c, & protrahantur latera eius æqualia a b, & a c, uſq; ad d et f. Dico angulos ſub baſi. ſ. d b c, & f c b eſſe æquales. Nam prima pars eiuſdẽ quartæ, demonſtrauit angulos ſupra baſim. ſ. a b c, et a c b eſſe æquales. Præſens uerò, docet angulos a b c, & d b c, ſimul æquari duobus rectis: ſimiliter duos, a c b, & b c f, duob. rectis æquales. Per primã itaq; petitionem duo anguli, a b c, et c b d, ſimul æquantur duob. pariter angulis, a c b, et b c f. Si ergo ab æqualib. demãtur æqualia. ſ. anguli ſuper baſim, relinquẽtur per tertiã cõmunem ſentẽtiã, anguli ſub baſi æquales, quod erat demonſtrandũ.

XI. PROPOSI.

Si duæ rectæ lineæ ſe ſecent, angulos contrapoſitos facient æquales.

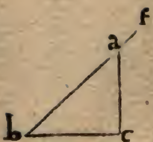


Sint duæ lineæ rectæ a b & c d, ſecãtes ſe in puncto e. Dico angulos contrapoſitos, hoc eſt, a e c, et d e b, uel c e b, et d e a eſſe æquales. Vocamus aũt angulos cõtrapoſitos, qui nullo cũmunicãt latere. Per præcedentẽ enim duo anguli a e c, et c e b æquãtur duobus rectis, ſimiliter duo anguli,

d e b,& b e c rectis duobus pares ſunt. Quapropter per primam petitionem duo anguli a e c, & c e b aggregati, æquales ſunt duobus angulis d e b, & b e c ſimul ſumptis. Ergo ab æqualibus ablato angulo c e b communi, erunt per tertiam communem ſententiam reſidui a e c,& b e d inter ſe æquales. Nõ aliter probabis duos angulos c e b,& d e a inter ſe æquales eſſe

XII. PROPOSITIO.

Omnis trianguli, uno latere producto, extrinſecus angulus, utrolibet intrinſeco ſibi oppoſito, maior erit.



Sit triangulus b a c, & protrahatur latus b a, in directum uſq; ad f. Dico angulum f a c extrinſecum, maiorem eſſe utrolibet angulo ſibi intrinſecus oppoſito, ſcilicet uel angulo b, uel angulo c. Nam per decimã angulus f a c, cum angulo c a b, æquatur duobus rectis. Sed angulus c b a, cum angulo c a b, minores ſunt duobus rectis. Linea enim f b, cadit ſuper duas lineas a c,& b c, concurrentes in puncto c, ergo per conuerſionem ſecundæ petitionis facit ad partem concurſus duos angulos minores duobus rectis. Conſtat igitur duos angulos f a c, & c a b, ſimul eſſe maiores duobus angulis c b a,& c a b ſimul ſumptis.

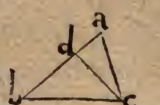
ptis. Dempto ergo ab inæqualibus eodẽ communi ſcilicet angulo c a b, remanebũt per communem ſcientiam reſidua inæqualia, ſcilicet angulus extrinſecus f a c, maior angulo c b a, intrinſecus ſibi oppoſito. Similimodo probabis angulum f a c, maiorem eſſe angulo a c b.

XIII. PROPOSITIO.

In omni triangulo, maiori angulo, maius latus opponitur.



Sit in triangulo a b c, angulus a maior angulo c. Dico latus b c, maius eſſe latere a b. Nam ſi b a linea, minori angulo ſubtenta, æqualis eſt b c lineæ, erit per quartam angulus a, æqualis angulo c, quod eſt contra hypotheſim. Quod ſi dicatur a b maior eſſe, quàm b c, reſecetur ad æqualitatẽ in puncto d, ita ut b d, ſit æqualis b c. Et quia per quartã, angulus b c d, æquaretur angulo b d c, angulus uerò b d c, per præcedentem, maior eſt angulo b a c, angulus igitur b c d, maior eſſet angulo a, quare multò magis angulus b c a, ſuperaret angulum a, quod idem eſt contra hypotheſim



XIIII. PROPOSITIO.

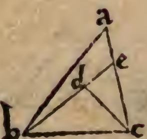
Omnis trianguli, duo quælibet latera ſimul ſumpta, ſunt tertio maiora.



Sit triangulus a b c, dico duo latera, a b, & a c,

et a c,ſimul iuncta,lõgiora eſſe latere b c. Si enim eſſent aut æqualia,aut minora eo, nõ poſſent cõcurrere in angulũ a.Nam ſi eſſent æqualia lateri b c,tũc ſe cõtingẽdo iacerent ſupra lineã b c, et fierẽt cum ea linea una.Si uerò breuiora eſſent,nõ poſſent ſe cõtingere,neq; in angulũ cõcurrere

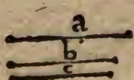
XV. PROPOSITIO.



Si in uno quolibet trianguli latere à finibus eius duæ rectæ lineæ interius concurrant,angulum facient maiorem eo qui à reliquis eiuſdem trianguli lateribus continetur.

Sit triangulus b a c,ſuper cuius latere b c,duæ rectæ conſtitutæ, angulum faciant b d c:dico eum maiorem eſſe angulo b a c, contento à reliquis duobus lateribus. Nam protrahatur linea b d,uſq; dum ſecet latus a c,in puncto e. Erit igitur angulus b d c, per duodecimã huius,maior angulo b e c, & per eandem,angulus b e c,maior angulo b a c:multo igitur maior erit angulus b d c,angulo b a c:quod fuit demonſtrandũ

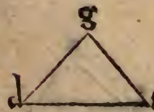
XVI. PROPOSITIO.



Ex tribus datis lineis triangulũ cõſtituere.

Sint tres lineæ datæ a b c,ita ut quælibet duæ ſimul iunctæ ſint tertia maiores. id enim neceſſarium eſt per decimã quartam.

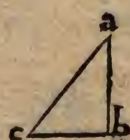
tam.Pone pedem immoblem circini extenſi ſpacio lineæ b, in altero termino lineæ a:uerbi gratia in d, & altero circunducto pede,occultũ ſcribe arcum: deinde circino extenſo ſecundum quantitatem lineæ c,& pede eius immobili, poſito in termino f,priorem arcum interſeca in puncto g. Ab hoc interſectionis puncto trahe ad terminos lineæ a,rectas, & habebis triangulum,quem optabas.



XVII. PROPOSITIO:

Super punctum datum in linea recta, deſcribere angulum, dato angulo æqualem.

Sit punctus d datus in linea data,& angulus a b c datus. Subtende cum recta linea c a.Reſeca igitur ex linea data d f, lineã æqualem c b.Deinde circino diducto ſecundum quantitatẽ lineæ a b,& pede eius immobili poſito in d,ſcribatur arcus occultus. Poſtea circinũ pro ſpacio lineæ c a extẽde & pede eius in f poſito, priorẽ interſeca arcum in puncto g. A quo ad punctum d trahe rectam.Hæc cũ data linea cõtinebit angulũ g d f æqualẽ angulo b dato. Nã propter demonſtrationem ducatur linea f g.



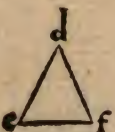


Erunt

Erunt ex hypotheſibus latera trianguli f g d,æqualia lateribus trianguli a b c,ergo per tertiam angulus g d f,æqualis eſt angulo a b c.Cõtinentur enim æquis laterib.



XVIII. PROPOSITIO.



Si duorum triangulorum duo latera unius, fuerint æqualia duobus lateribus alterius, & anguli contenti his æquis laterib. fuerint inæquales, erit illius baſis maior,cuius lateribus angulus amplior continetur.



Sint duo trianguli a b c, e d f, & latera duo prioris a b,& a c,ſint æqualia duob. lateribus poſterioris,d e,& d f, & angulus a,maior angulo d.Dico baſim b c,maiorem eſſe baſi e f. Nam ſuper puncto d lineæ,d e locetur,per præcedentem angulus æqualis angulo b a c, ſitq́; is e d g, & linea d g,ſit æqualis a c,ſubtendaturq́; baſis e g,quæ neceſſariò erit æqualis baſi b c,in triangulo a b c.Quapropter ſi probauerimus e g maiorem eſſe e f,erit quoq; probatum b c eadem eſſe maiorem.Trahatur f g linea . Et quia d g,poſita eſt æqualis d f,igitur per quartã angulus d f g,eſt æqualis totali angulo d g f, ergo idem angulus d f g, erit maior partiali angulo e g f, quare multò maior erit angulus e f g,an-

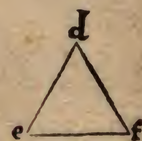
gulo

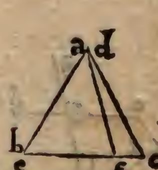
gulo e g f. Latus igitur e g, maius eſt per decimamtertiam latere e f, quod erat demonſtrandum.

XIX. PROPOSITIO.

Si ſuper baſes duorum triangulorum anguli iacētes fuerint æquales, & baſis unius æqualis baſi alterius, aut unum latus unius, lateri alterius ſe reſpicienti æquale, erunt reliqua latera reliquis æqualia alterum alteri, & reliquus angulus reliquo angulo.







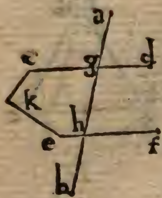
Sint duo trianguli a b c, d e f, & angulus b, ſit æqualis angulo e, & angulus c, angulo f. Sitq́; baſis b c æqualis baſi e f, aut unum ex lateribus trianguli a b c, æquale ſuo relatiuo lateri trianguli d e f. Dico reliqua latera, reliquosq́; angulos eſſe æquales. Sint primò baſes æquales, & intelligatur baſis e f, ſuperponi baſi b c: quæ cùm ſint æquales, neceſſe eſt punctum e cadere ſuper punctum b, & punctum f, ſuper c. Et propter æqualitatem angulorū & conuerſionem octauæ conceptionis, neceſſe eſt lineam e d, cadere ſuper a b, & d f, ſuper a c: non ergo erit poßibile ut latera huius ulterius aut citerius lateribus alterius cōcurrant, erunt igitur æqualia & anguli

ab eis

ab eis cōtenti æquales per 8. conceptionē.
Ponatur ſecundo latus d e, æquale lateri a b: & alterū alteri fingatur ſuperponi: propter æqualitatē ergo eorū, punctus d cadet ſuper a punctū, & e ſuper b: linea deniq; e f, ſupra b c lineam cadet, propter æqualitatē angulorū, et conuerſionē octauæ cōceptionis. Quòd ſi d f cōgruerit etiā ipſi a c, cōcludes per octauam conceptionē propoſitū. Sin uerò d f ceciderit aut intra aut extra triangulū, ſemper ſequetur angulum extrinſecum eſſe æqualem angulo intrinſeco ſibi oppoſito, cuius contrarium demonſtrauit propoſitio duodecima.

X X. PROPOSITIO.

Si linea recta duas lineas rectas ſecando fecerit angulos coalternos æquales, aut angulum extrinſecū angulo intrinſeco ex eadem parte ſumpto æqualem, aut duos intrinſecos ex eadem parte, duobus rectis æquales, lineæ ſectæ æquidiſtabunt.



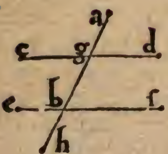
Linea a b, ſecet c d, & e f lineas, c d quidem in pūcto g, e f uerò, in pūcto h. Et faciat primò angulos coalternos ſibijnuicem æquales, hoc ē, angulū d g h, angulo e h g, aut angulū f h g, āgulo c g h, ſic enim ſumpti, coalterni dicūtur. Dico lineas c d, & e f, æquidiſtare. Si autē non, productæ con-

currant,

currant,uerbi gratia in k.Trianguli ergo
g k h, angulus d g h extrinſecus æqualis
eſt angulo k h g,angulus d g h extrinſecus
æqualis eſt angulo k g h,intrinſeco ſibi op
poſito,aut angulus f h g,extrinſecus angu
lo k g h intrinſeco ſibi oppoſito,hoc autem
per duodecimā propoſitionem impoßibile
eſt,igitur c d,& e f productæ minimè con
currunt,ergo per definitionem ſunt æquidi
ſtantes.Secūdò faciat linea a b angulū ali
quem extrinſecū,æqualē intrinſeco ſibi op
poſito ex eadē parte.Dico nihilo minus li-
neas c d,et e f æquidiſtare.Et ſit exempli
cauſſa angulus a g d extrinſecus æqualis in
trīſeco g h f.Quoniā angulus a g d,æqua
lis eſt per hypotheſim angulo g h f.Et per
undecimā idē angulus a g d,æqualis ē c g
h angulo,igitur per primā cōmunē ſentē-
tiam anguli e g h, & g h f inter ſe ſunt
æquales.Et hi ſunt coalterni,ergo per pri-
mā huius propoſitiōis partē lineæ c d,& e
f,ſunt æquidiſtātes.Tertiò faciat linea a b
duos angulos intrinſecos ex eadem parte,
æquales duob.rectis,ut d g h,et f h g,dico
lineas c d,et e f æquidiſtare,quoniā anguli
d g h, et f h g per hypothe. ſunt æquales
duob.rectis,et per decimā anguli d g h,et
e g h,etiā æquantur duob.rectis, ergo per
primū poſtulatum anguli d g h,& f h g,
æquales

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

æquales ſunt angulis d g h,& c g h. Ab-lato ergo communi angulo d g h, relinqui tur per tertiam communem ſententiam, an gulus c g h, æqualis angulo f h g : ſed hi ſunt coalterni, ergo per primā partē huius propoſitionis lineæ c d,& e f, æquidiſtant



XXI. PROPOSITIO.

Si linea recta duas æquidiſtantes ſecuerit, faciet angulos coalternos æquales. Extrin ſecum intrinſeco ex eadem parte ſumpto æqualem. Et duos intrinſecos ex eadem parte æquales duobus rectis.

Repetatur prior figura, in qua ponan tur c d,& e f æquidiſtantes. Prima pars propoſitionis ſic demonſtratur: Nam ſi an-guli coalterni, ut c g h, & f h g, non ſunt æquales, erit alteruter eorum maior, ſitq́; c g h maior. Quoniam igitur c g h maior angulo f h g ponatur communis angulus d g h: anguli ergo per quintam conceptio-nem c g h, & d g h maiores ſunt angulis d g h,& f g h, ſed per decimam anguli c g h,& d g h æquales ſunt duobus rectis, ergo anguli d g h, & f h g minores ſunt duobus rectis, ergo per ſecundam petitio-nem c d,& e f protractæ concurrunt: non igitur ſunt æquidiſtantes, quod eſt contra hypotheſim, angulus igitur c g h, æqualis

eſt ſuo

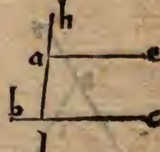
eſt ſuo coalterno f g h.

Secunda pars oſtenditur. Nam ut modò oſtenſum eſt, angulus c g h, æqualis eſt angulo f g h: & per undecimam idem angulus c g h, æqualis eſt angulo a g d, per primam igitur conceptionem, angulus a g d, æqualis eſt angulo f g h, extrinſecus ſcilicet intrinſeco ex eadem parte.

Tertia pars oſtenditur: Nam angulus c g h, æqualis eſt per primã huius partem, angulo f g h: poſito ergo cõmuni angulo d g h, erunt duo anguli per ſecundam petitionem, c g h, & d g h, æquales duobus angulis, f h g, & d g h: ſed per decimã, duo anguli, c g h, & d g h, æquales ſunt duobus rectis, ergo & duo anguli, f g h, & d g h, æquales ſunt duobus rectis, quod erat demonſtrandum.

XXII. PROPOSITIO.

A puncto extra lineam datam aßignato educere æquidiſtantem datæ lineæ.



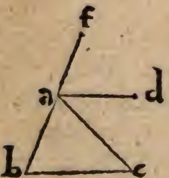
Sit linea data b c, & punctus extra eam aßignatus a. Trahe lineam occultam h a d utcunq; contigerit, deinde ſuper puncto a, colloca angulum h a e extrinſecum, protracta linea a e, æqualem angulo a d c intrinſeco ex eadem parte. Conſtat igitur per ſecundam partem uiceſimæ, lineam a e æqui-

diſtare

diſtare lineæ b c.

XXIII. PROPOSITIO.

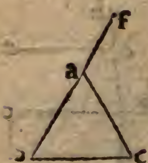
Cuiuslibet trianguli angulus extrinſecus æqualis eſt duobus angulis intrinſecis ſibi oppoſitis.



Sit triangulus a b c, & protrahatur latus b a, in f: dico angulum f a c, extrinſecum æqualẽ eſſe duob. intrinſecis, & oppoſitis, ſcilicet angulis b et c. Ducatur per præcedentem à puncto a, linea a d æquidiſtans b c lineæ. Et quia a d æquidiſtat b c lineæ, & in ipſam incidit f b, erit per ſecundam partẽ uiceſimæprimæ angulus f a d extrinſecus, æqualis intrinſeco ex eadẽ parte angulo a b c. Rurſus quia parallelæ ſunt a d, & b c, & eas ſecat c a, igitur per primã partẽ eiuſdẽ. 21. angulus d a c, æqualis eſt ſibi coalterno angulo a c b. Totus igitur f a c extrinſecus, æqualis eſt duob. intrinſecis & oppoſitis c b a & a c b.

XXIIII. PROPOSITIO,

Cuiuslibet trianguli tres anguli æquales ſunt duobus rectis.



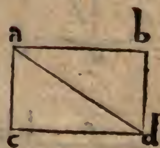
Nam per præcedentẽ angulus f a c extrinſecus æqualis eſt duob. angulis intrinſecis, & oppoſitis c b a, & a c b, addito ergo utriſq; cõmuni angulo c b a, erunt duo anguli f a c, & c a b æquales tribus a b c,

a c b

a c b, c a b: ſed per decimã duo anguli f a c, & c a b æquales ſunt duob. rectis, tres igitur a b c, a c b, et c a b, duob. rectis ſunt æquales, quod erat demonſtrandum.

XXV. PROPOSITIO.

Diameter parallelogrammi, diuidit ipſum per æqualia.

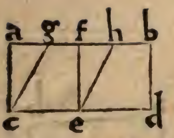


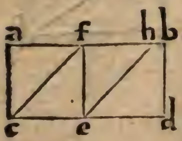
Sit parallelogrammum a b c d, cuius diameter ſit a d. Dico hac diametro parallelogrammum æqualiter ſecari. Quoniam a b & c d æquidiſtant, & ſuper eas cadit a d, eſt per primam partem uiceſimæ primæ angulus b a d ſuo coalterno a d c æqualis. Rurſus quoniam a c, & b d ſunt parallelæ, & eis incidit a d, erit per eandem 21. b d a ſuo coalterno c a d æqualis. Sunt itaque duo trianguli a b d, et a c d, & anguli bini ſuper communem baſim a d, ſunt æquales, per decimam nonam, ergo reliqui anguli & latera ſunt æqualia, quare per ſecundam propoſitionem triangulus triangulo æqualis. Hinc etiam diligenter intuenti patet, latera cuiuſcunq; parallelogrammi oppoſita eſſe æqualia.

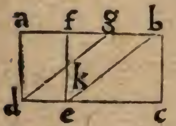
XXVI. PROPOSITIO.

Omnia parallelogramma ſuper eandem baſim, atq; in lineis alternis collocata, ſunt æqualia.

Sint







Sint lineæ alternæ,hoc eſt,æquidiſtantes,a b, & c d, inter quas ſuper eandem baſim c e, ſint collocata duo parallelogramma ſcilicet,a c e f,& g c e h,dico ea eſſe æqualia Et ſit primò ut g cadat inter a & f: & quia a f eſt æqualis g h, cum utraq; ſit æqualis c e, ergo ablata cõmuni g f,remanebunt a g,& f h æquales,& a c, eſt æqualis f e,propter æquidiſtantiã: angulus quoq; h f e extrinſecus eſt æqualis angulo g a c intrinſeco per ſecundam partẽ uiceſimæ primæ.Cùm ergo duorũ triangulorũ h f e,& g a c,duo latera unius ſunt æqualia duobus lateribus alterius,& anguli æquis lateribus contenti æquales, erit per ſecundam alter triangulorum alteri æqualis,addito ergo eis cõmuni trapezio f g c e,erunt aggregata,hoc eſt,dicta parallelogramma æqualia. Secundò cadat g in ipſum punctum f, ut in ſecunda figura: & quia f a,eſt æqualis h f, cum utraq; ſit æqualis c e oppoſitæ,& a c æqualis f e oppoſitæ,& angulus h f e æqualis angulo f a c intrinſecus ſcilicet extrinſeco, per ſecundam itaq; erunt trianguli f a c,& h f e æquales, addito ergo utriq; triangulo cõmuni f e c, erunt per conceptionem aggregata a f c e,& h f c e,hoc eſt,ipſa parallelo-

rallelo-

rallelogramma æqualia. Tertiò cadat g extra f, ut in tertia figura . Et quia a f eſt æqualis g h, addita ergo communi f g, erit a g æqualis f h, & erit propter prius dicta triangulus g a c æqualis triangulo h f e. Ablato ergo ab utriſq; communi triangulo f k g, quæ relinquuntur trapezia erunt æqualia, ſcilicet a f k c, & g k e h. Quibus ſi addatur communis triangulus c k e, erunt aggregata æqualia, quod erat demonſtrandum.

XXVII. PROPOSITIO.

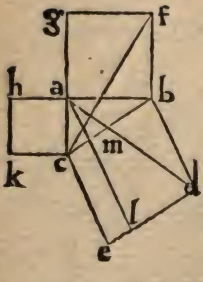
Si ſuper unam baſim & inter lineas æquidiſtantes, parallelogrammum & triangulus ponantur, parallelogrammum triangulo duplum erit.

Sint ut prius duæ lineæ a b, & c d æquidiſtantes, inter quas ſuper baſim c e, ſit parallelogrammũ a c e f, & triangulus g c e. dico parallelogrammũ duplũ eſſe triangulo. Nam ducatur à puncto e, linea e h, æquidiſtans c g. Per præmiſſam ergo parallelogrammũ c g e h æquále eſt parallelogrammo a c e f. Sed per 25. e g cum ſit diameter parallelogrammi c g e h, diuidit ipſum per æqualia, quapropter triangulus c g e, eſt dimidium parallelogrammi c g e h, quare etiam parallelogrammi a c e f,

quod eſt propoſitum.

XXVIII PROPOSITIO.

In omni triangulo rectangulo, quadratum lateris oppoſiti, angulo recto, æquale eſt duobus quadratis reliquorũ duorũ laterũ.



Sit triangulus a b c, cuius angulus a rectus. Quadrentur tria latera, ſitq; quadratum lateris b c oppoſiti angulo recto, b c d e, dico ipſum eſſe æquale reliquis duobus quadratis, ſcilicet a b f g, a h c k, quæ ſunt laterum angulum rectum continentiũ. Ducatur enim ab angulo recto a ad baſim d e, quadrati b c d e perpendicularis, quæ ſecet b c in m, & d e in l. Hæc perpendicularis diuidit quadratum lateris obtenti angulo recto in duo parallelogramma, ſcilicet b m d l, & m l c e, quorum ſiniſtrum dico eſſe æquale quadrato ſiniſtro, & dextrum quadrato dextro. Horum utrumq; eodem modo probatur. Nam trahantur lineæ a d, & c f, & probabimus quadrangulum dextrum, ſcilicet b m d l, æquale eſſe quadrato dextro, ſcilicet f g b a hoc modo. Nam quadratum f g b a duplum eſt triangulo f b c per præcedentem, conſtituuntur enim inter lineas æquidiſtantes g c, & f b ſuper eandem baſim f b. Similiter rectangulum b m d l duplum eſt triangulo a b d.

Nam

Nam ſuper eandem baſim b d inter lineas æquidiſtantes b d, & a m l ponuntur. Sed trianguli dicti ſunt æquales, ut mox probabitur, ergo rectangula ipſa ad æquales triangulos dupla, ſunt inter ſe æqualia per ſextam cõceptionẽ. Triãgulos æquales eſſe ſic patet: Sũt enim latera f b, et c b trianguli f b c æqualia laterib. a b, b d, triãguli a b d, alterũ alteri, ãguli inſuper his æquis laterib, cõtenti ſunt æquales, ſcilicet f b c & a b d, uterq; enim conſtat angulo recto & angulo communi a b c, ſunt igitur per ſecundam trianguli æquales. Eodem modo oſtendes ſiniſtrũ rectangulum c m l e æquale eſſe quadrato ſiniſtro h a c k, ductis lineis a e, & b k. Totum ergo quadratum b d c e, æquale eſt duobus quadratis a b f g, et a h c k, quod erat demonſtrandũ.

CAPVT SECVNDVM, DE CIRCVLIS.

DEFINITIONES.

Circulus eſt figura plana, una linea contenta, in cuius medio punctus eſt, à quo omnes lineæ rectæ ad circumferentiam exeuntes, ſibijnuicem ſunt æquales.

 Circum-

Circūferentia,eſt linea cōtinēs circulū.
Centrū,eſt medius ille pūctus in circulo.
Diameter circuli, eſt linea recta quæ per eius centrum tranſiens,extremitatesq́; ſuas circunferentiæ applicans,circulum in duo media diuidit.

Semicirculus,eſt figura plana, diametro circuli et medietate circūferentiæ cōtenta.

Portio circuli,eſt figura plana,recta linea & parte circunferentiæ contenta, ſemicirculo aut maior,aut minor.

Circulum linea contingere dicitur, quæ cùm circulum tangat, in utramq; partem eiecta eum non ſecat.

Chorda,eſt recta linea,portionem circuli continens.

Angulus ſupra arcum conſiſtere dicitur,qui à quolibet puncto arcus,ad termonos chordæ duabus lineis rectis exeuntibus continetur.

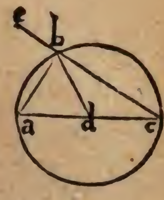
Angulus conſiſtere ſupra centrum dicitur, qui à duabus lineis rectis à centro ad circumferentiam protractis continetur.

PRIMA PROPOSITIO.

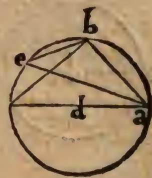
Angulus rectilineus, in ſemicirculo ſupra arcum conſiſtens,rectus eſt. In portione uerò minore ſemicirculo, conſiſtens, obtuſus. Et in portione,ſemicirculo maio-

re

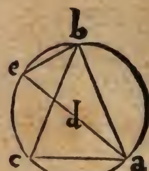
re acutus eſt.



Sit circulus a b c, cuius diameter a d c, & in ſemicirculo a b c, conſiſtat angulus rectilineus a b c: dico eum eſſe rectum. Nã ducatur b d linea, et protrahatur c b ad e. Et quia lineæ d b, & d a, per definitionẽ circuli ſunt æquales, erit per quartam primi capitis angulus d b a æqualis angulo d a b. Similiter propter æqualitatem linearũ d b, & d c, angulus d b c, æqualis eſt angulo d c b. Totus itaq; angulus a b c, æqualis eſt duobus angulis d a b, & d c b. At eiſdem æquatur per. 23. primi cap.. angulus extrinſecus e b a, ergo per primã communem ſententiam angulus e b a, æqualis eſt angulo a b c. ergo per definitionem anguli recti uterq; eſt rectus, patet igitur propoſitum.



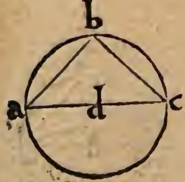
Rurſus in portione c b a minore ſemicirculo, conſiſtat angulus rectilineus c b a, dico eum eſſe obtuſum Ducatur per centrũ circuli, quod ſit d, linea a d e, & iungatur b e. Et quia angulus a b e conſiſtit in ſemicirculo, ideo per primã huius propoſitiõis eſt rectus, ſed angulus a b c eſt maior eo, per definitionem, igitur obtuſus eſt. Porrò in portione a b c ſemicirculo maiore, conſiſtat angulus rectilineus a b c, dico eũ eſſe acutum. Ducatur per centrum linea a d e,



 & linea

& linea b c. Et quia angulus a b c in ſe=
micirculo conſiſtit, igitur eſt rectus, angu=
lus uerò a b c, eſt minor eo, ergo per diffi=
nitionem eſt acutus.

SECVNDA PROPOSITIO.



Circuli propoſiti centrum inuenire.

Sit circulus a b c, eius cẽtrum ſic inueniemus. Protrahatur ut lubet chorda a b, & ſuper alteram eius extremitatem conſtituatur angulus rectus, uerbi gratia, ſuper terminum b, ſit locatus a b c angulus rectus, ducta linea b c uſq; ad circumferentiam circuli. Deinde ducatur linea a c, eaq́; per medium diuidatur in puncto d, hanc dico eſſe centrum circuli. Nam per hypotheſim angulus a b c eſt rectus, ergo per conuerſam præcedentis, portio a b c, in qua conſiſtit, eſt ſemicirculus, linea itaq; a c diameter, punctusq́; eius medius d centrum.

TERTIA PROPOSITIO.

Si linea à centro exiens, chordam per æqualia ſecuerit, ad eã erit perpẽdicularis.



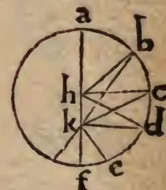
Sit circulus a b, cuius centrum c, à quo extenſa recta c d, chordam a b per æqualia ſecet in puncto d, dico perpendicularẽ eſſe c d ad a b. Trahantur c a, & c b lineæ. Et quia trianguli a c d latera æqualia ſunt lateribus trianguli c d b. Eſt enim per

hypotheſim

hypotheſim a d æqualis d b, & per defini tionem circuli c a, æqualis c b, communis autem utriq; triangulo c d. Ideo per tertiã primi, anguli c d a, & c d b ſunt æquales, quare uterq; rectus, linea igitur c d perpendicularis eſt ad lineã a b ꝑ definitionẽ.

QVARTA PROPOSITIO.

Si in diametro circuli præter centrũ, ſignetur punctus, & ab eo ad circumferentiam plurimæ lineæ ducantur. Quæ per centrum tranſierit, erit omnium longißima. Et quæ diametrum perfecerit, omnium erit breuißima. Reliquæ quæ centro propiores fuerint, remotioribus erunt longiores.



Sit puuctus k ſignatus in diamatro a f, circuli a b c d, cuius centrum h, & ducantur ab eo ad circumferentiam lineæ k b, k c, k d, k e. Dico a h k quæ per centrũ tranſit, omnium eſſe longißimam, k f, quæ diametrum perfi it, omnium breuißimam, k b longiorem eſſe k c, q̄ centro propinquior ſit. Et eadem ratione c k longiorem eſſe d k, atq; de alijs ſimuliter. Connectantur h b, h c, h d. Quoniã per decimã pri. ca. in triangulo k h b, duo latera k h, & h b ſunt maiora latere k b, & a h, & h b per definitionẽ circuli ſunt æquales. Ideo per ſe

 cundam

cundam conceptionẽ, a h k æqualis eſt dua bus b h, & h k, quare & a h k maior eſt b k. Rurſus quoniam b h æqualis eſt c h, & h k eſt cõmunis. Ideo per ſecundam conce ptionem b h, & h k lineæ ſunt æquales c h & h k lineis, & angulus b h k maior eſt per nonam cõmunem ſententiam, angulo c h k. Ideo per decimam octauam primi ca pitis baſis b k maior eſt baſi c k. Et ob eandem rationem c k, maior eſt d k, & d k, maior e k. Conſtat ergo eã quæ per cen= trum tranſit, omnium eſſe longiſsimum, & propinquiores centro, remotioribus longio res eſſe. Rurſus d k, & h k per decimam quartam primi capitis, maiores ſunt d h. at d h per definitionẽ circuli, æqualis eſt f h, igitur d k et k h maiores ſunt h f, ergo per quartam cõmunem ſententiã, ablata utrin que k h cõmuni, reliqua d k maior erit f k. Eadem ratione f k minor eſſe oſtende= retur quàm e k, ſi protracta eſſet è centro h e. Manifeſtum eſt ergo f k, quæ diame= trum perficit, omnium eſſe minimam.

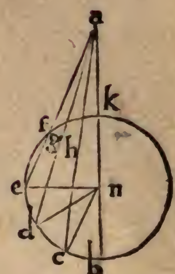
QVINTA PROPOSITIO.

Si extra circulum ſignetur punctus, & ab eo ad circumferentiam, ſecantes eam, pluri mæ ducantur lineæ. quæ per centrũ tran= ſierit, omnium erit longiſsima. Centro aũt

propio=

propiores, remotioribus longiores.

Particularum autem quæ extrinſecus circumferentiæ applicuntur, breuiſsima erit quæ diametro continuatur, & ei propinquiores remotioribus breuiores.



Sit extra circulum k e d c b, cuius centrum n punctus a ſignatus, & ab eo ad circumferentiam, ipſam ſecando trahãtur plurimæ lineæ, ut a n b, a h c, a g d, a f e. Dico inter eas, a n b, quæ per centrũ trãſit, omnium eſſe longiſsimum, reliquas uerò quo centro propinquiores, eo longiores. Præterea dico inter particulas dictarum linearum exteriores, a k quæ diametro continuatur, breuiſsimam eſſe, & reliquas tanto minores, quanto huic breuiſsimæ uiciniores. Prima pars oſtenditur. ducantur n c, n d, n e. Et quia a n & n c æquales ſunt lineæ a n b, maiores autem per decimam quartam, quàm a c, erit a n b quoq; maior a c. Simili modo a n b maior oſtenditur cæteris ex puncto a ductis. Secunda pars ſic aſtruitur. Et quia a n, & n c ſunt æquales a n, & n d lineis, angulus uerò a n c, maior eſt angulo a n d. Ideo per decimam octauam primi a c baſis maior eſt, a d baſi. Haud aliter docebis a d maiorem eſſe a e. Tertia pars probatur protractis lineis n h, n g,



h,n g,n f.Nam a h,& h n,ſunt per decimam quartam primi capitis maiores a n, ideo per quartam communem ſententiam. Si ab eis æqualia auſerantur n k, & n h, erit a h reſidua maior a k. Eodem modo omnes aliæ exteriores particulæ conuincuntur maiores eſſe a k. Quarta pars ſic oſtenditur. Nam a n,& n h ſunt æqualia lateribus a n,& n g,angulus autem a n h minor angulo a n g, baſis igitur a h per decimãoctauam primi minor eſt baſi a g.

SEXTA PROPOSITIO.

Si circulũ recta linea contingat,& à puncto cõtactus ad centrũ ducatur recta linea, ipſa erit ad contingentẽ perpendicularis.

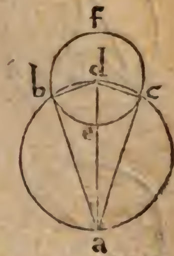


Sit linea a b contingens circulum c e in puncto c, à quo ad centrum d,ducatur recta linea c d,quæ ſi non eſt perpendicularis ad contingentem a b,ſit d f perpendicularis ad eam ſecans circumferentiam in pũcto e. Et qa angulus d f c eſt rectus,erit angulus f c d minor recto propter uiceſimam quartam primi. Latus igitur d c per decimam tertiam primi capitis maius erit latere d f,ſed d e eſt æqualis d c per definitionem circuli,ergo & d e erit maior d f,pars ſuo toto,quod eſt impoßibile.

SEPTI-

SEPTIMA PROPOSITIO.

A puncto dato ad circulum ducere lineam contingentem.

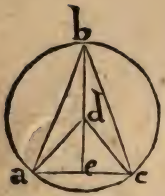


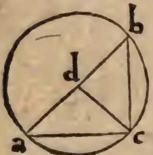
Sit punctus datus a, circulus b f c, centrum eius d. Ex puncto a ad circulũ b f c, ſic ducitur contingens. Punctũ a iunge cũ centro circuli d linea recta, quã per æqualia diuide in puncto e, factoq; eo centro, duc circulũ occultũ, qui ſecet circulũ datũ b f c in duob. pũctis b et c. Deinde à pũcto dato a ad puncta ſectionũ b & c trahantur lineæ rectæ a b & a c, has dico circulum cõtingere. Ducãtur à centro d ad puncta interſectionũ lineæ d b, & d c, & circulus ſuper e centro ſcriptus fiat manifeſtus. Et quia uterq; angulorũ d c a, & d b a conſiſtit ſupra arcũ in ſemicirculo circuli deſcripti ſuper centro e, ideo per primã huius cap. uterq; eſt rectus, & uterq; cõtinetur linea ducta à centro parui circuli b f c, ad punctũ quo linea ex puncto a ducta circulũ b f c tangit. Ideo per conuerſam præcedentis lineæ a b, & a c contingunt circulum b f c, quod erat demonſtrandum.

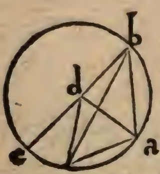
OCTAVA PROPOSITIO.

In circulo angulus cõſiſtens ſuper centrũ, duplus eſt eius qui ſuper circũferentiã cõſiſtit, quãdo anguli eandẽ baſim habuerint.

Sint







Sint in circulo a b c, cuius centrum d, ſuper unam baſim, id eſt, arcum a c duo anguli, quorum alter a b c ſuper arcum cō ſiſtat, alter autem a d c, ſuper centrum, dico angulum a d c centralem, eſſe duplū ad angulum a b c circumferentialem, quod ſic oſtenditur. Aut enim latera circumferentialis anguli includunt, angulū centralem, ut in prima figura, Aut alterum ex lateribus angulum circumferentialem continentibus, ſit una linea cum altero laterum anguli centralis, ut in ſecunda figura. Aut unum ex lateribus anguli circumferentialis ſecat alterum ex lateribus anguli centralis, ut in tertia figura. Includant ergo primò latera anguli ad circumferentiā b a & b c, angulum a d c centralem, & trahatur linea b d e. Et quia angulus a d e extrinſecus per 23. pri. cap. eſt æqualis duob. angulis intrinſecis & oppoſitis, d b a, d a b, & hi ſunt æquales, per quartam primi cap. eſt enim d b æqualis d a per definitionem circuli, ideo angulus a d e duplus erit anguli d b a, propter eandem cauſſam angulus e d c duplus eſt ad angulum d b c, totus igitur a d c centralis duplus eſt ad a b c angulum circumferentialem. Secundò ſit latus a b anguli ad circumferentiam una

linea

linea cum latere a d anguli, ad centrum, ut in ſecunda figura. Et quia angulus a d c æqualis eſt per 22. primi cap. duobus intrinſecis angulis d b c & d c b. Hi aũt ſunt æquales per quartam primi. Ideo ad unum eorum, hoc eſt, angulum a b c circumferentialem, duplus eſt angulus a d c centralis. Tertiò latus a b anguli ad circumferentiã ſecet latus d c anguli ad centrum, ut in tertia figura. Producatur linea b d uſq; ad e. Per 23. igitur primi erit angulus e d c æqualis duob. angulis d b c, et d c b, hi aũt ſunt æquales per 4. primi cap. Ideo angulus e d c duplus ē ad angulũ d b c. Præterea angulus e d a per eandem 23. primi, duplus eſt ad angulum d b a. Dempto igitur hinc duplo e d a, illinc ſimplo d b a, erit reſiduus a d c centralis duplus, ad reſiduum, a b c circumferentialem, quod erat demonſtrandum.

NONA PROPOSITIO.

In eadem portione quotlibet anguli ſuper arcum conſiſtentes æquales ſunt.

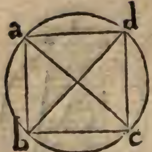


Quod uniuerſaliter proponitur de angulis conſiſtentibus ſuper circumferentiã, demonſtratur tantum de his angulis qui ſuper arcum maiorem ſemicirculo conſiſtunt. Non attinet enim id demonſtrare de

angulis

angulis ſuper ſemicirculum cõſiſtentibus, quos omnes prima propoſitio huius capitis docuit eſſe rectos, & ea propter æquales prima petitione aſtipulante. De angulis autem ad arcum minorem ſemicirculo, non poteſt oſtendi eos eſſe æquales, niſi prius ſequens propoſitio demonſtretur. In portione igitur a c d e b maiore ſemicirculo conſiſtant ſuper arcum anguli a c b, a d b, a e b, dico eos eſſe æquales. Nam à centro circuli f ducantur lineæ f a, & f b. Et quia angulus a f b centralis ſuper ea ſtat baſi, ſuper qua angulus a c b, circumferentialis igitur ad eum duplus propter præcedentem, & eadem ratione erit duplus ad angulum a d b, & angulum a e b, ergo per ſeptimam communem ſententiam ſunt inter ſe æquales.

DECIMA PROPOSITIO.



In circulis quadrilaterorum exiſtentium anguli oppoſiti, duobus rectis ſunt æquales.

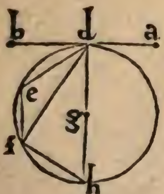
Sit circulus a b c d, & in eo quadrilaterum a b c d, dico quoslibet duos eius angulos oppoſitos ſimul duobus rectis æquari. Nam

ri. Nam ex prima huius perſpicuum eſt unum angulum rectum à ſemicirculo ſuſcipi, quapropter duo recti anguli à toto ſuſcipiuntur circulo. Sed quicunque duo anguli oppoſiti in quadrilatero a b c d à toto ſuſcipiuntur circulo, ergo æquales ſunt duobus rectis, ut angulus b a d ſuſcipitur ab arcu b a d, & angulus b c d ſuſcipitur ab arcu b c d, arcus autem b a d & b c d totum circulum integrant, ergo patet propoſitum. Quòd ſi angulos a d c & a b c conſideres, idem experieris. Ex hac propoſitione liquidum eſt, quotlibet angulos conſiſtentes ſuper arcum in portione minore, ſemicirculo eſſe æquales. Nam ſinguli eorum cum angulo conſiſtente in reliqua portione faciunt quadrilaterum, & propter hanc propoſitionē ſinguli eorum cum angulo reliquæ portionis æquales ſunt duobus rectis, per primam ergo petitionem, ſinguli cum angulo portionis reliquæ ſunt æquales ſingulis cum eodem angulo, ablato ergo undique communi angulo, conſiſtente ſcilicet in reliqua portione, relinquentur inter ſe æquales anguli conſiſtentes in portione minore ſemicirculo.

XI.

XI. PROPOSITIO.

Si circulum linea recta contingat, & à con tactu in Circulum, quædam cum diſpeſcẽs recta linea, præter centrum ducatur, anguli quos cum contingente facit, æquales ſunt eis, qui in alternis circuli portionibus con ſiſtunt, angulis.



Sit linea a d b contingens circulum d e f h, cuius centrum g & a puncto contactus d trahatur præter centrum linea d f, quæ ſecet circulum in duas portiones, ſiniſtram d e f, dextram d h f, faciatq́: angulos duos cum contingente b d f ſiniſtrum, & a d f dextrum. Dico angulum ſiniſtrũ, quem facit linea d f cum contingente, ſcilicet b d f, æqualem eſſe angulo, quem ſuſcipit dextra circuli portio d h f. Et angulũ dextrum quem facit linea d f cum contingente ſcilicet a d æqualem eſſe angulo quẽ ſiniſtra ſuſcipit portio d e f. Trahatur à puncto contactus per centrum linea d g h & connectatur f h: conſtituatur etiam in portione d e f angulus ut lubitum fuerit. Quicquid de his duobus angulis monſtratum fuerit, de omnibus ab his duabus portionibus, ſuſceptis indubitanter procedet. Sunt enim omnes, qui ab eadem portione ſuſcipiũtur anguli, æquales per nonã huius.

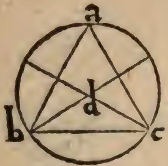
Et quia

Et quia angulus d f h in ſemicirculo con=ſiſtit, ideo per primam huius eſt rectus, re=liqui ergo duo anguli, de triangulo d f h, ſimul uni recto æquantur per 24. primi capitis, angulus quoq; totus b d h rectus eſt per ſextam huius, per primam itaq; petitionem duo anguli d h f, & f d h æ=quales ſunt angulo b d h, Ablato ergo com muni angulo f d h, erunt reſidui b d f & f h d æquales, quæ fuit propoſiti una pars: Rurſus duo anguli f h d, & f e d in qua=drilatero f h d e, per decimam huius ſunt æquales duobus rectis. At per decimã pri mi capitis, duo anguli b d f, & a d f æquè ſunt duobus rectis pares, ergo per pri=mam poſtulationem duo anguli f h d, & f e d ſunt æquales duobus angulis b d f, et a d f. Ablatis ergo æqualibus utrinq; an=gulis, hinc quidem f h d, illinc autem b d f, erunt per tertiam comceptionem reſi=dui anguli d e f, & a d f inter ſe æqua=les, quæ eſt propoſiti altera pars.

XII PROPOSITIO.

Cuicumq; triangulo circumſcri=bere circulum.

 Sit trian=



Sit triangulus a b c, cui circumſcribitur circulus hoc modo. Pes immobilis circini, ut libet, extenti ponatur primò in a, & altero pede fiant duo occulti arcus, alter ſupra lineam a b, alter infra eam. Deinde circino non uariato, pedem immobilem transfer ad angulum b, & priores arcus interſeca, punctaq́; ſectionum iunge linea recta. Similiter fiant duæ interſectiones ſupra & infra lineam a c, aut b c, & interſectiones, ut antea, iunge linea recta. Hæc cum priori concurret, concurrat autem in puncto d, hunc dico eſſe centrum circuli circumſcribendi triangulo a b c. Nam ab angulis ad punctum d trahe lineas rectas d b, d a, d c, hæ facile probantur eſſe æquales, per ſecundam primi capitis. Lineæ enim ſectiones iungentes, ſecant latera trianguli per media, & ſunt ſuper eas perpendiculares.

CAPVT TERTIVM,
De Proportione.

Proportio, *eſt duarum quantitatum eiuſdem generis, inter ſe habitudo.*

Proportio *eſt duplex* : Rationalis, & Irrationalis.

Pro-

Proportio rationalis, eſt quæ denominatur ab aliquo numero, & eſt inter quantitates commenſurabiles.

Proportio irrationalis, eſt quæ non denominatur ab aliquo numero, & eſt inter quantitates incommenſurabiles, ut inter coſtam & diametrum quadrati, quæ aſymmetræ ſunt.

Proportio rationalis eſt duplex, æqualitatis, & inæqualitatis.

Proportio æqualitatis, eſt quando æquale ad æquale comparatur, ut 4. ad 4.

Proportio inæqualitatis, eſt qua inæqualia inter ſe conferuntur, ut 8. ad 4.

Proportio inæqualitatis eſt duplex, maioris inæqualitatis, & minoris.

Proportio maioris inæqualitatis, eſt quando maior quantitas comparatur ad minorem, ut 4. ad 2.

Huius quinq; ſunt ſpecies: Multiplex, ſuperparticularis, ſuperpartiens, Multiplex ſupparticularis, multiplex ſuppartiẽs.

Multiplex eſt quando maior continet minorem plus q̃ ſemel, ut 12. ad 3. Hæc creſcit in infinitum. Nam alia eſt dupla, alia tripla, &c.

Superparticularis, eſt quando maior continet minorem, & inſuper aliquam

eius partem. Et hæc decreſcit in infinitum. Sunt eius ſpecies, ſeſquialtera, quandò maior continet minorem, & minoris dimidium. Quòd ſi ultra ſummam minoris, maior continet eius tertiam partem, uocatur ſeſquitertia.

Superpartiens, eſt quando maior continet minorem, & aliquot eius partes. Quòd ſi continet duas tertias, uocatur ſuperbipartiens tertias, ut 5, 3. Si tres quartas, ſupertripartiens quartas, ut 7, 4.

Multiplex ſuperparticularis, eſt quando maior continet minorem, plus quàm ſemel, & inſuper aliquam eius partem. Quòd ſi continet eum bis, & eius dimidium, dupla ſeſquialtera uocatur, ut 5 2. Si ter & tertiam partem, tripla ſeſquitertia, ut 10. 3.

Multiplex ſuperpartiens, eſt quando maior continet minorem plus quàm ſemel, & aliquot præterea partes. Quòd ſi continet eum bis, & duas tertias, uocatur dupla ſuperbipartiens tertias, ut 8, 3. Si ter, & tres quartas, tripla ſuper tripartiens quartas, ut 15, 4.

Proportio minoris inæqualitatis, eſt quando minor quantitas comparatur ad maiorem,

maiorem, ut 2 ad 4. Et eius tot ſunt ſpecies, quot maioris inæqualitatis, neque differunt ab illis nomine, niſi quòd uocabulis proportionum maioris inæqualitatis additur præpoſitio ſub, ut ſubmultiplex 2, 4. Subſuperparticularis, 2, 3, &c.

Denominatio proportionis minoris quantitatis, ad maiorem, eſt pars uel partes, ut denominatio proportionis inter 3. & 5. eſt 3: & inter 2.4. $\frac{1}{2}$ *5*

Denominatio proportionis, quantitatis maioris ad minorẽ eſt totum, uel totũ & pars, uel totũ & partes, ut denoĩatio proportionis, 4. ad 3. eſt. 1. $\frac{1}{3}$

Termini proportionis, ſunt minimi numeri in aliqua proportione, ut proportionis ſeſquialteræ termini ſunt. 3. 2. quibus minores in hac proportione reperiri non poſſunt.

PROPOSITIO PRIMA.

Numeros datæ proportionis ad terminos eius reducere.

Diuidatur maior numerus per minorẽ, & minor per reſiduum diuiſionis prioris, & reſiduum primæ diuiſionis, per reſiduũ ſecundæ diuiſionis: fiatq; talis reciproca diuiſio, donec occurrat aliquis numerus qui diuidendum totum conſumat. Deinde per hunc numerum ultimò occurrentem, diuide utroſq; numeros proportionis datæ, qui exeunt, ſunt minimi numeri, hoc eſt, termini eius proportionis. Vt numeri proportionis quæ eſt inter 30. & 18. ſic rediguntur ad terminos proportionis. Trignta diuidantur per 18. & relinquentur 12. per quæ diuidantur 18. & relinquentur 6. per quæ rurſus diuidantur 12. & conſumentur. Per hunc ergo ſenarium diuidantur numeri dicti, ſcilicet, 30. & 18. exibuntq; 5. 3. termini ſcilicet proportionis datorum numerorum.

Hic animaduertendum, quòd ſi in tali reciproca diuiſione ad unitatem perueniretur, ipſos datos numeros eſſe terminos, neque poſſe minores reperiri.

SECVNDA PROPOSITIO.

Cuiuſcunq; proportionis datæ, denominationem inuenire.

Si pro-

Si proportio data fuerit maioris inæqualitatis, diuide maiorem numerum per minorem, & numerus qui exit, denominatio eſt proportiõis datæ. Si uerò proportio data fuerit minoris inæqualitatis, ſuperpone minorem maiori, interiecta uirgula, more minutiarum uulgarium, & habebis denominationem, reducendi tamen ſunt numeri ad terminos per præcedentem, ſicubi opus fuerit.

TERTIA PROPOSITIO.

Si unus numerus duos multiplicet, erit multiplicatorum & productorum una proportio.

Vt 3. & 2. multiplicentur ſenario, & prouenient 18. & 12. eandem cuſtodientes proportionem quam 3. & 2. Similiter e diuerſo: Si unus numerus, duos diuidendo, utrumq; conſumat, erit diuiſorum & quotientum una proportio, ut 6. conſumit 18. & 12. exeunt quotientes 3. & 2. in eadem proportione.

QVARTA PROPOSITIO.

Proportionem proportioni addere.

Multiplicentur antecedentes proportionum datarum in ſe, & deinde conſequentes in ſe, producti numeri cuſtodient proportionem compoſitam ex duabus datis, ut proportio 3. ad 2. ſit addenda proportioni 4. ad 3. Multiplico primo 3. & 4. antecedentes in ſe, & proueniunt 12. deinde 2. & 3. id eſt, conſequentes in ſe, & proueniunt 6. Inter 12, igitur & 6. eſt proportio compoſita ex duabus datis proportionibus, ſcilicet 3. ad 2. & 4. ad 3. Nam multiplicetur antecedens unius proportionis in conſequentem alterius, ut 3. in 3. proueniunt 9. qui ſtatuantur inter 12. & 6. hoc modo 12 9 6.

In his itaque tribus numeris, uides dictas duas proportiones. Nam 12 ad 9. eſt proportio, ſicut 4. ad 3. & 9. ad 6. ſicut 3. ad 2. quod patet reducendo eos ad terminos per primam huius.

QVINTA PROPOSITIO.

Proportionem à proportione ſubtrahere.

Antecedens maioris proportionis multiplicetur in conſequentem minoris, deinde conſequens maioris in antecedentem minoris,

noris, duo numeri producti cuſtodient pro portionem reſiduam, ut 4. ad 3. proportio ſit ſubtrahenda à proportione 3. ad 2. facio ergo ut dictum eſt, & relinquitur proportio 9. ad 8. Nam multiplicetur antecedens maioris, in antecedentem minoris, & productum ſtatus ante dictos numeros, hoc modo. 12. 9. 8. Nonne 12. ad 8. proportio eſt ſicut 3. ad 2. à qua ſi abieceris proportionem 12. ad 9. id eſt. 4. ad 3. relinquitur proportio 9. ad 8.

SEXTA PROPOSITIO.

Quotlibet proportiones eiuſdem denominationis continuare.

Quærantur per primam datæ proportionis termini. Et pro duabus continuandis, ducatur antecedens datæ proportionis primò in ſe, deinde in conſequentem, poſtremò conſequens in ſe tres numeri producti duas cuſtodiunt proportiones ſimiles datæ. Verbi gratia: Sint duæ ſeſquialteræ continuandæ. Proportionis ſeſquialteræ termini ſunt 3. & 2. Multiplico igitur 3. in ſe, deinde in 2. Poſtremò 2. in ſe, & naſcuntur numeri 9. 6. 4. cuſtodiẽtes duas ſeſquialteras. Si tres ſeſquialteræ fuerint continuandæ.

nuandæ,ducatur maior terminorū in tres modò inuentos,& minor terminus in ultimum,& exorietur 4 numeri tres ſeſquialteras ſeruantes, ut 3 multiplicati in 9. 6.4,generant 27.18.12. & binarius in 4 ductus,procreat 8.ſicq́; ſunt producti quatuor numeri 27.18.12.8. cuſtodientes tres ſeſquialteras.Si quatuor ſeſquialteras continuare placuerit, ducatur maior terminus in quatuor iam nunc inuentos, & minor terminus in poſtremum,& habebis quinq; numeros,quatuor ſeſquialteras continuatas retinentes,ut 81.54.36,24.16.

CAPVT QVARTVM, De Proportionalitate.

Proportionalitas, *eſt proportionum ſimilitudo.*

Quantitates *dicuntur proportionales, quarum una eſt proportio.*

Proportionalitas *eſt duplex,* Continua *&* Diſcontinua.

Continua, *eſt quando omnes quantitates ſunt antecedentes & conſequentes, præter primam,quæ eſt antecedens tantū: & ultimam,quæ eſt conſequens tantùm.* Et *hæc reperitur ad minimum in tribus terminis,ut 4.2.1.*

Diſcon-

Diſcontinua,eſt quando nulla quantitas ſimul & antecedens eſt, & conſequens,ut 12. 6. 8.4. Et hæc ad minimum in quatuor reperitur terminis.

Sex ſunt ſpecies proportionalitatis: Conuerſa,Permutata,Coniuncta, Diſiuncta,Euerſa,& Aequa.

Conuerſa eſt,quando eſt prima ad ſecundam,ſicut tertia ad quartam,& ex hoc infertur ſecunda eſſe ad primam ſicut quarta ad tertiam,ut ſi eſt 8.ad 4.ſicut 6. ad 3. erit econuerſo 4.ad 8.ſicut 3.ad 6.

Permutata eſt, quando prima eſt ad ſecundam,ſicut tertia ad quartam, & ex hoc concluditur prima eſſe ad tertiam ſicut ſecunda ad quartam, ut ſi eſt 8.ad 4. ſicut 6.ad 3.erit permutatim 8.ad 6. ſicut 4. ad 3.

Coniuncta eſt, quando eſt prima ad ſecundam,ſicut tertia ad quartam : & ex hoc infertur prima cum ſecunda eſſe ad ſecundam,ſicut tertia cum quarta ad quartam,ut ſi eſt 8.ad 4.ſicut 6.ad 3.erit coniunctim 12.ad 4.ſicut 9.ad 3.

Diſiuncta eſt , quando eſt prima ad ſecundam : ſicut tertia ad quartam , & ex hoc infertur , exceſſus primæ , ſuper ſecundam , eſſe ad ſecundam : ſicut

exceſſus

exceſſus tertiæ ſuper quartam ad quartã, ut ſi eſt 18. ad 6. ſicut 9. ad 3. erit diſiunctim 12. ad 6. ſicut 6. ad 3.

Euerſa eſt, quando eſt prima ad ſecundam, ſicut tertia ad quartam, & ex hoc infertur prima eſſe ad exceſſum eius ſuper ſecundam, ſicut tertia ad exceſſum ſuum ſuper quartam, ut ſi eſt 12 ad 4. ſicut 9. ad 3. erit euerſim 12. ad 8. ſicut 9 ad 6.

Aequa proportionalitas, eſt quando ſunt duo ordines proportionum, & proportiones huius ordinis ſunt æquales proportionibus illius ordinis, intermißisq; æquali numero intermedijs in utroq; ordine, infertur eadem eſſe proportio extremorum, ut ſint duo ordines æqualium proportionum, et intermittantur utrobique duo intermedij, cernes extremorum eandem eſſe proportionem.

24	48
8	16
6	12
3	6

PRIMA PROPOSITIO.

Si fuerint tres numeri proportionales, quod continetur ſub extremis, æquum eſt quadrato medij.

Sint tres numeri continuati in proportione ſeſquialtera 9. 6. 4. ducantur extremi

tremi 9.& 4.in ſe,producunt 36.quibus æquale eſt quadratum medij ſenarij.

SECVNDA PROPOSITIO.

Quemlibet ex tribus proportionalibus ignotum inuenire.

Si alter extremorum ignotus fuerit, quadretur medius,& productum diuidatur per extremum notum, prodibit extremus ignotus.Si medius ignoretur, ducantur extremi in ſe, & producti,radix quadrata erit medius.

TERTIA PROPOSITIO.

Si fuerint quatuor numeri proportionales quod continetur ſub extremis, æquũ eſt ei quod ſub intermedijs continetur.

Sint quatuor numeri proportionales 6. 3. 4. 2. extremi ducti in ſe producunt 12.cui æquale eſt quod conficitur ex medijs 3.& 4.in ſe ductis.

QVARTA PROPOSITIO.

Quemlibet ex quatuor proportionalibus ignotum inuenire.

Si quis

Si quis extremorum ignoretur, ducantur medij in ſe, & productum diuidatur per extremum notum, & prodibit extremus ignotus. Quòd ſi quis intermediorum ignotus fuerit, multiplicentur in ſe extremi, & productus per medium notum diſtribuatur, prodibit medius ignotus.

QVINTA PROPOSITIO.

Quando productum ex duobus numeris eſt æquale producto ex alijs quibuſlibet duobus numeris, tunc ſi hi poſteriores duo, prioribus duobus interponantur, aut econtrariò, erunt hi quatuor numeri proportionales, ut productum ex 12. & 3. hoc eſt, 36. æquatur producto ex 9. & 4. Quare ſi 9. & 4. interſerantur 12. & 3. hoc modo 12. 9. 4. 3. erunt proportionales. Aut ſi inter 9. & 4. ponantur 12. & 3. nihilominus erunt proportionales, ut 9. 12. 3. 4.

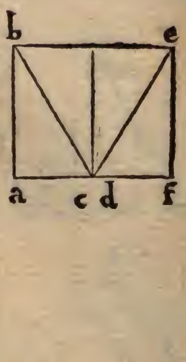
SEXTA PROPOSITIO.

Si totius ad totum eſt proportio quæ detracti ad detractum, erit reſidui etiam ad reſiduũ proportio, quæ totius ad totũ.

Vt 12.

Vt 12. & 8. habent proportionem ſeſquialteram. Detrahantur itaque ab eis duo numeri, qui eandem habeant proportionem, ex 12. quidem detrahātur 9. & ex 8. auferantur 6. Dico reſiduos ſimili iunctos proportione. Nam ſubtractis 9. de 12. relinquuntur 3. At 6. de 8. abiectis, remanent 2. 3 autem reſpiciunt 2. ſeſquialtera proportione.

CAPVT QVINTVM, De Triangulis.



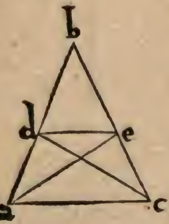
Si duo trianguli ponantur inter lineas æquidiſtantes, erit ipſorum triangulorum proportio, quæ eſt baſium, quibus inſiſtunt.

Sint duo trianguli a b c, & d e f, inter lineas æquidiſtantes b e, & a f. dico ipſorum eſſe proportionem, quæ eſt baſium. Nam ſi poſiti fuerint ſuper baſes æquales trianguli, ſunt æquales, ſi uerò ſuper baſes inæquales, & ipſi inæquales per 26. & 27. Quia uerò talium triangulorum æqualitas & inæqualitas, concomitatur æqualitatem & inæqualitatem baſium, neceſſariò erit triangulorum proportio, quæ eſt baſium.

SECVN-

SECVNDA PROPOSITIO.

Si linea recta duo trianguli latera ſecet, tertio æquidiſtans, erunt ſegmenta laterum proportionalia.



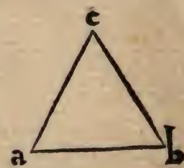
Sit triangulus a b c, cuius latera a b, et c b ſecet linea d e æquidiſtanter baſi a c, dico a d ad d b proportionem eſſe, ſicut c e ad e b. Trahãtur *enim lineæ d c, & e a.* Erunt *itaq; duo trianguli d e a, & d e c æquales.* Nam *ponuntur ſuper eandem baſim d e, inter lineas d e, & a c æquidiſtantes, quapropter habet ad triangulum d e b, eandem proportionem. Sed proportio trianguli a d e, ad triangulum d e b, eſt per præcedentem ſicut baſis a d, ad baſim d b.* Nam *trianguli a d e, & d b e ponuntur inter lineas æquidiſtantes, quod pateret ſi duceretur à puncto e æquidiſtans lineæ a b. Similiter per præmiſſam proportio trianguli d e c, ad triangulum d c b, eſt ſicut proportio baſis c e, ad baſim e b.* Nam *trianguli d e c, & d e b, ponuntur inter lineas æquidiſtantes, quod pateret, ſi duceretur à puncto d linea æquidiſtans lineæ b c.* Cum *ergo triangulorum eſt eadem proportio, ut modò oſtenſum, erit per conceptionem primam, & baſium eadem proportio, quæ ſunt ſegmenta, in quæ latera*

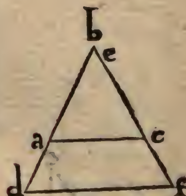
trianguli

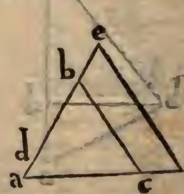
trianguli a b c diſiecta ſunt, ergo patet propoſitum.

TERTIA PROPOSITIO.

Duorum triangulorum, æquiangulorum, latera æquos angulos reſpicientia, ſunt proportionalia.





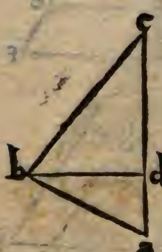


Sint duo trianguli æquianguli a b c, & d e f, ſitq́; angulus a æqualis angulo d, & angulus b, angulo e, & angulus c, angulo f: dico latera æquos angulos aſpicientia eſſe proportionalia, hoc eſt, proportionem lateris a b, ad d e: & a c, ad d f: & b c, ad e f, eſſe unam. Nam ſi trianguli ſunt æquilateri, habebunt latera æquis angulis oppoſita, proportionem æqualitatis. Si uerò fuerint laterum inæqualium, ſuperponatur primò angulus b, angulo e. Et quia ſunt æquales ex hypotheſi, cadet propter octauam conceptionem latus b a, ſuper latus e d, & latus b c, ſuper latus e f: & quia angulus b a c eſt æqualis angulo e d f, erit linea a c æquidiſtans lineæ d f, per ſecundam partem uiceſimæ. Nam lineis a c, & d f, incidit e d linea faciens angulum extrinſecum e a c, æqualem intrinſeco ſibi ex eadē parte oppoſito e d f, per præcedentem er-

go d a,ad a b,ſicut f c,ad c b,& per proportionalitatem coniunctam d a e, ad a b, ſicut f c e,ad c b. Deinde angulus a congruat angulo d,& ſimili modo probetur f d,eſſe ad c a,ſicut e d,ad b a, & patebit propoſitum.

QVARTA PROPOSITIO.

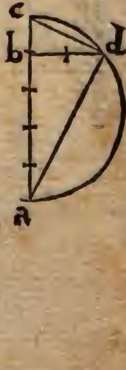
Si ab angulo recto trianguli orthogonij, ceciderit ad baſim perpendicularis, erunt tres trianguli,ſcilicet totalis,& duo partiales æquianguli. Vnde perpendicularis inter ſegmenta baſis medio loco erit proportionalis. Item utrumq; latus medio loco proportionale erit inter totam baſim & ſegmentum ſibi conterminale.



Sit triangulus a b c,cuius angulus b rectus,à quo ad baſim a c cadat perpendicularis b d. Dico totalem triangulũ a b c,& duos partiales a b d,& b d c inter ſe eſſe æquiangulos. Nam quilibet eorum habet angulum rectum,totalis quidem a b c,partiales uerò angulos qui ſunt a b d,cõmunicat inſuper uterq; partialium cum totali in uno angulo,quare tertij erunt etiam æquales propter 24. primi capitis. Memento igitur angulum b a d,æqualem eſſe angulo d b c.

b c,& angulum a b d,æqualem,angulo b c d. Correlarij utraq; pars facile probatur, ſi diligenter aduerteris,quæ latera æquali=bus opponantur angulis. Cùm enim duo partiales trianguli ſint æquianguli, erunt per præcedentem latera æquos angulos re=ſpicientia proportionalia. Latus itaq; a d ſiniſtri trianguli ad latus d b trianguli de=xtri,eſt ſicut idem latus d b trianguli ſini ſtri ad latus d c trianguli dextri. Hic ad=uerte b d lineam bis ſumi, primò ut latus dextri trianguli,deinde ut latus ſiniſtri tri anguli,& ut uariè ſumitur,ita uarios aſpi cit angulos.Rurſus latus a c totalis trian=guli ad latus a b ſiniſtri,ſicut latus a b to=talis trianguli,ad latus a d ſiniſtri . Viden latus b a medio loco eſſe proportionale inter totam baſim a c,& partem ſibi con terminalem a d . Similiter latus a c totalis trianguli,ad latus b c dextri,ſicut latus b c totalis ad latus d c dextri.

Duabus lineis propoſitis,tertiam inter eas in proportionalitate cõtinua collocare.

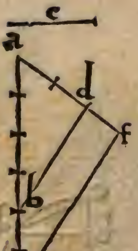


Sint duæ lineæ a b,& b c: inter quas linea medio loco proportionalis inuenitur, hoc modo:Datæ lineæ cõtinuentur in dire ctum,& ſint a b c: deinde ſuper eas conti nuatas ducatur ſemicirculus a d c, & à

puncto b, educatur perpendicularis d b, uſq; ad circumferentiam ſemicirculi. Hanc dico eſſe medio loco proportionalem inter lineas a b, & b c datas. Nam protrahantur lineæ d a, & d c. Erit itaq; per primã ſecundi capitis, angulus a d c rectus, à quo ad baſim a c cadit per hypotheſim perpendicularis b d, per præcedentem ergo ipſa b d eſt medio loco proportionalis inter ſegmenta baſis a b, & b c, hoc eſt, inter lineas datas.

SEXTA PROPOSITIO.

Duabus lineis datis, tertiam eis in continua proportionalitate ſubiungere.



Sint duæ lineæ datæ a b, & c, propoſitum eſt eis ſubiungere tertiam, ad quam ſe habeat ſecunda, ſicut prima ſe habet ad ſecundam. Coniunge ergo angulariter lineæ a b, lineam a d æqualem c datæ et cõnectatur b d. Deinde lineam a b protrahe uſq; ad e, ita ut b e, ſit æqualis c datæ. & ex puncto e educ æquidiſtantem ipſi b d, quam produc, donec cõcurrat cum a d protracta in puncto f. Dico d f eſſe eam quæ quæritur. Nam in triangulo a e f, linea b d ſecat duo eius latera, a f, & a e, æquidi-

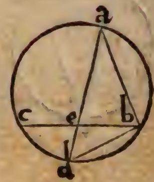
ſtans ter-

ſtans tertio, ergo per ſecundam huius ſegmenta erunt proportionalia, hoc eſt, a b, ad b e: quare etiam ad c, ſunt enim poſitæ æquales, ſicut a d, & ob id c, ad d f.

SEPTIMA PROPOSITIO

Si in circulo duæ rectæ lineæ ſe ad inuicem ſecuerint, rectangulum comprehenſum ſub ſectionibus unius, æquale eſt ei quod ſub ſegmentis alterius comprehenditur, rectangulo.

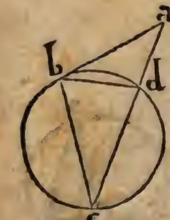
In circulo a d b c, ſecent ſe duæ rectæ utcumq; contigerit a b, & c d in puncto e. Dico rectangulum quod continetur ſub lineis a e, & e b, æquale eſſe ei, quod continetur ſub d e, & e c. Trahantur a d, & c b rectæ. Et quia trianguli a e d, & e c b ſunt æquianguli: nam angulus a e d æquatur ſibi contrapoſito b e c per undecimam primi capitis, & angulus d a e, æqualis eſt angulo b c e, per nonam ſecundi capitis, ſuſcipiuntur enim ab eodem arcu, ſcilicet, d a c b, tertius itaq; angulus, tertio æqualis eſt propter 24 primi capitis: Latera itaq; æquos angulos reſpicientia, ſunt proportionalia per tertiam huius. Ergo a e, ad e c, ſicut e d, ad e b, ergo per



tertiam quarti capitis, quod fit ex a e, in e b, æquale eſt ei, quod fit ex e c, in e d, quod eſt propoſitum.

OCTAVA PROPOSITIO.

Si circulum linea contingat, & à termino contingentis trahatur linea circulum diſpeſcens, quod continetur ſub tota diſpeſcente & parte eius exteriori, æquum eſt quadrato lineæ contingentis.



Sit circulus b d c, quem linea a b contingat in puncto b, & à termino a lineæ contingentis utcumq; libuerit, trahatur linea circulum in duas portiones diſpeſcēs, ſitq́; a d c. Dico rectangulum, quod ſub tota a d c continetur, & portione exteriori a d, æquum eſſe quadrato lineæ contingentis a b. Trahantur à puncto contactus b, ad puncta quibus linea a c d circulum ſecat, lineæ b d, & b c. Habes duos triangulos æquiangulos, totalem. ſ a b c, & partialem a b d. Nam angulus b c a, totalis trianguli, æqualis eſt per undecimā ſecundi capi. angulo a b d, partialis trianguli. Et angulus b a d utriq; eſt communis, tertius igitur tertio æqualis eſt. Et quia trianguli a b c, & a b d ſunt æquianguli, erunt per tertiam

huius,

huius, latera æquos angulos reſpicientia proportionalia. Latus igitur totalis trian-guli c d a, ad b a latus partialis trianguli, ſicut latus b a totalis trianguli, ad latus d a partialis trianguli. Tres ergo lineæ c a, a b, d a, ſunt continuè proportionales, per primam ergo quarti capitis quod fit ex prima c a, in tertiam d a, æquum eſt quadrato mediæ a b, quod erat de-monſtran-dum.

FINIS.

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE


VNICVM AR
BVSTVM NÕ
ALIT
DVOS ERY
THA
COS

BIBLIOTECA